

A Lógica e Álgebra de George Boole

Alexssandra Dayanne Soares de Campos¹

Natalie Geny Silva Braz²

Nicole Motta Ferreira³

Resumo: O presente trabalho apresenta a vida e obra de George Boole, denominado o pai da Lógica Matemática. Mesmo com origem humilde, seu grande interesse pela matemática o fez ir mais longe e descobrir, através do estudo de Laplace e Lagrange e da lógica aristotélica, um novo modelo de lógica o que possibilitou a criação dos circuitos lógicos, fundamentais para informática.

Palavras-chave: George Boole, lógica matemática, operadores, circuitos lógicos.

1. A vida de George Boole

George Boole nasceu em Lincoln, Inglaterra, em 02 de novembro de 1815.

Sua família era muito pobre, sendo seu pai sapateiro, profissão que lhe rendia apenas o suficiente para alimentar os filhos. Devido a isso, Boole teve um estudo precário, porém ele tinha o sonho de estudar em Cambridge e mudar a situação financeira da família.

Aos 11 anos foi para o colégio e decidiu aprender outros idiomas, acreditava que falando outras línguas ele conseguiria um melhor emprego.

Com 13 anos concluiu a escola e conseguiu ingressar na Universidade de Cambridge, mas foi impedido de continuar por sua situação financeira.

Aos 14 teve que ajudar no sustento da casa. Conseguiu seu primeiro emprego na escola municipal de Lincoln, aonde lecionou por muitos anos.

Ao lecionar, notou a grande necessidade das crianças em aprender matemática. Ele era muito questionado por seus alunos, que apresentavam problemas matemáticos ao qual ele não conseguia responder. Foi quando iniciou seu estudo profundo na matemática através dos livros de Lagrange e Laplace.

Após anos de trabalho, fundou sua própria escola, o que fez com que ele e a família saíssem da miséria, tendo assim mais tempo para dedicar-se aos estudos.

¹Universidade Federal de Pelotas - alexssandra@gmail.com

²Universidade Federal de Pelotas - natalie.braz@gmail.com

³Universidade Federal de Pelotas - nicole.ferreiraa@hotmail.com

Em 1847 ele publicou seu primeiro trabalho intitulado *The Mathematical Analysis of Logic*. Nesse primeiro estudo Boole separa a lógica em três estágios: Grega, Escolástica e Matemática, onde:

- Lógica Grega: as ideias eram construídas por palavras da linguagem ordinária, sujeitas as regras da própria linguagem.
- Lógica Escolástica: as palavras eram extraídas também da linguagem comum, porém com regras diferentes.
- Lógica Matemática: a linguagem é chamada de artificial, com palavras e sinais com significado específico.

Em 1854 publicou sua obra prima: *An Investigation of the Laws of the Thought*. Com esta publicação, George Boole foi considerado um dos grandes matemáticos do século XIX.

2. Lógica e Álgebra de Boole

É baseada em princípios da lógica aristotélica, no qual era dividida em Lógica Dedutiva e Lógica Binária.

George Boole pretendeu modelar o raciocínio lógico dedutivo através do cálculo matemático. O sistema lógico proposto distinguiu-se pela habilidade de manipular símbolos sem estar atento ao seu significado.

Boole utilizou letras maiúsculas (X,Y,Z) e minúsculas (x,y,z) como símbolos literais, representando o processo da mente de separar os elementos das classes. Sinais operacionais (+,-) da álgebra, também foram utilizados para representar as operações da mente, ao qual combinam e/ou resolvem as coisas. O sinal de igual (=) significa identidade, referindo que classes iguais tem os mesmos elementos. E por fim os números 0 e 1, que, respectivamente, representam a classe nula e a classe universal.

Boole apud Sousa (2008) apresenta suas primeiras leis no livro *The Mathematical Analysis of Logic*:

- 1- O resultado de um ato eletivo é independente do agrupamento ou classificação do assunto.
- 2- É indiferente em qualquer ordem que dois atos sucessos de eleição sejam executados.
- 3- O resultado de um dado ato de eleição realizado duas vezes, ou qualquer número de vezes em sucessão, é o resultado do mesmo ato executado uma vez. (TRADUÇÃO NOSSA)

3. Teoremas da Álgebra Booleana

Existem alguns teoremas baseados nos estudos de Boole onde apenas se combinam os elementos pertencentes no circuito, através de um conjunto de operações para relacioná-los.

3.1 Lei comutativa:

$$(a) A + B = B + A \quad (b) A B = B A$$

3.2 Lei associativa:

$$(a) (A+B) + C = A (B+C) \quad (b) (AB) C = A (BC)$$

3.3 Lei Distributiva:

$$(a) A (B+C) = B + A C \quad (b) A + (BC) = (A+B) (A+C)$$

3.4 Lei de identidade:

$$(a) A + A = A \quad (b) A A = A$$

3.5 Lei de redundância:

$$(a) A + A B = A \quad (b) A (A+B) = A$$

4. Operações Básicas da Álgebra Booleana

A álgebra booleana contém três operações básicas: OR, AND e NOT.

4.1 Operação OR

A operação OR pode ser denominada como adição lógica. Na operação Booleana o valor 1 sempre será definido quando aparecer em todas as variáveis, porém quando o valor resultante for 0 todas as variáveis de entrada valerão 0. A operação OR só pode ser definida se houver duas variáveis envolvidas, não dá para resolver as operações com apenas uma variável, devido a isso o operador é dito como binário.

Exemplificando, supõe que se quer demonstrar o comportamento da equação $A+B$, poderá fazê-lo utilizando uma tabela verdade, como segue:

Tabela Verdade:

A	B	Saída
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

4.2 Operação AND

A operação AND é o mesmo que multiplicação lógica. A operação AND resulta 0, quando pelo menos umas das duas variáveis de entrada for 0.

Podemos listar as possibilidades de combinações entre dois valores Booleanos e os respectivos, para a operação AND:

Tabela Verdade:

A	B	Saída
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4.3 Complementação NOT

É uma operação que o resultado é simplesmente o valor complementar ao que se apresenta na variável. Quando apresentar 1 a variável será 0 e se caso a complementar for 0 a variável será 1. Os símbolos vão sempre apresentar a operação com a variável Booleana. A operação é diferente de OR e AND, pois é definida como uma variável, a complementação será vista como um unário.

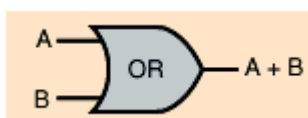
Tabela Verdade:

Entrada	Saída
0	1
1	0

5. Portas Lógicas

Portas lógicas são os circuitos lógicos, a representação gráfica dos operadores lógicos. Exemplifica o funcionamento lógico em um determinado sistema.

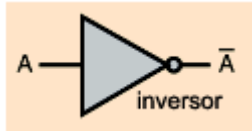
Operador OR



Operador AND



Operador NOT



6. Circuitos Eletrônicos

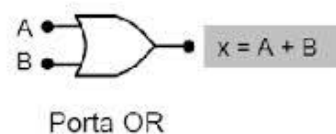
Sabe-se que os computadores digitais, ou qualquer tipo de máquina controlada por um processador, tem como base um sistema binário, composto apenas pelos números um e zero e foi através desse sistema que George Boole criou a chamada Lógica Booleana.

O pai da lógica matemática moderna, como Boole é conhecido, deu início a um processo de importantes aplicações tecnológicas através de seus estudos sobre a lógica cotidiana. Em 1937, cerca de 75 anos após a morte de Boole, Claude E. Shannon então estudante de engenharia elétrica conseguiu associar a Álgebra Booleana com os circuitos eletrônicos, acreditando que a partir de combinações dessas estruturas lógicas pudesse criar os tais circuitos, usando-as como blocos fundamentais de sistemas digitais, não importando qual sua complexidade. Resumidamente, essas portas permitem ou não a passagem do sistema binário.

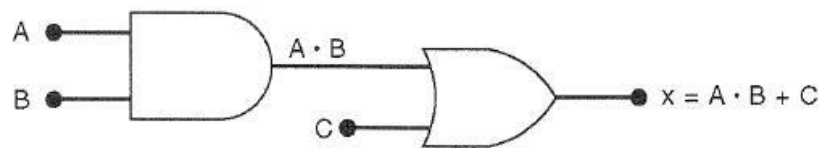
Na álgebra booleana obtêm-se somente resultados verdadeiros e falsos, e nos computadores ela é usada para descrever os circuitos podendo adquirir o valor de número um (1) para verdadeiro, e o valor zero para (0) falso.

Quando os circuitos são definidos através de expressões Booleanas, pode-se criar um diagrama desses circuitos lógicos a partir da expressão matemática que foi apresentada. Por exemplo, se precisar de um circuito representado por $x = A + B$ sabe-se que necessitará da porta OR para executá-la.

A	B	$x = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



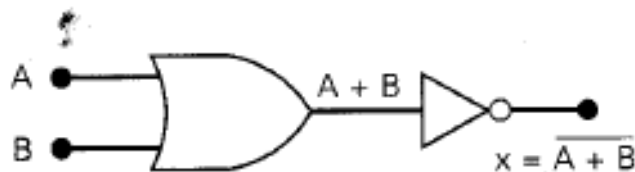
Tem como outro exemplo, um circuito com três entradas (A, B e C) e uma única saída (x). Ao usar as expressões Booleanas, consegue-se obter a saída facilmente.



A expressão de saída para uma porta AND é escrita desta forma: $A \cdot B$. Esta saída está conectada a uma entrada para a porta OR cuja outra entrada é C. A porta OR opera suas entradas fazendo com que sua saída seja a soma lógicas das mesmas. Assim, a expressão de saída (x) da porta OR fica:

$$x = A \cdot B + C.$$

Existem também circuitos com Inversores lógicos (NOT) onde sua expressão de saída fica igualmente a sua expressão de entrada, mas com uma pequena diferença, se acrescentará uma barra sobre o resultado.



Referências Bibliográficas

DAGHLIAN, Jacob. **Lógica e Álgebra de Boole**. São Paulo: Atlas, 2008.

SOUSA, Giselle C. **Um estudo sobre as origens da Lógica Matemática**. Natal, 2008. Tese.

TOCCI, Ronald J; WIDMER, Neal S. **Sistemas Digitais**. New Jersey: Prentice Hall, 2011.

Desconhecido, **George Boole**, disponível em 04/06/2013 em <http://livrespensadores.net/artigos/george-boole/>.

Lima, Gabriel J. B. **George Boole – Ensaio**. Pernambuco.